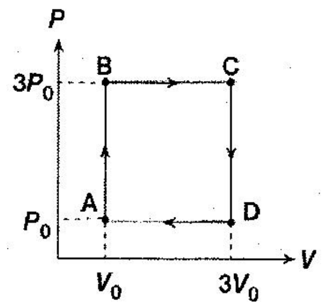
熱力学

気体定数をRとし、必要なら次の数値を利用してよい。$\ln 2 = 0.69$



1. はじめ、圧力P_0、体積V_0、温度T_0に保たれているある理想気体が、右図に示す循環過程を行う。
   (1) 気体が1サイクルで行う仕事を求めよ。
   (2) 1サイクル毎にこの気体に加えられる正味の熱量を求めよ。

2. カルノーサイクルを冷凍機として運転する冷凍庫を考える。庫内の温度が-3℃、周囲の温度が27℃であるとき、毎秒90 Jの熱を冷凍庫から外に出すために必要な仕事率は何Wか。ただし、1 W = 1 J/s である。

3. 温度の異なる二つの熱源の間で作動するカルノーサイクルがある。これを熱エンジンとして作動させたとき、毎秒20 Jの仕事を外部になし、47℃の低熱源へ毎秒80 Jの熱を渡すようにするには、高熱源の温度は何Kでなければならないか。

4. 外気温が7℃、室内の温度が17℃であるとき、カルノーサイクルをヒートポンプとして運転し、外から熱を運び込んで暖房したい。毎秒100 Jの仕事をこのカルノーサイクルに与えたときに室内で放出される熱量は、その仕事を直接熱に変えて暖房した場合と比べて何倍になるか。

5. 二つの熱源の間で熱機関として動いているカルノーサイクルがある。この熱機関は、1サイクルにつき、外部にする仕事の3倍の熱を低温側に放出している。以下の問に答えよ。
   (1) 高温側の熱源から吸収する熱は、低温側に放出する熱の何倍か。
   (2) 低温側熱源の温度は27℃で一定とすると、この熱機関の効率を今の２倍に改善するためには、高温側熱源の温度を何℃にすればよいか。

6. 1 molの理想気体の温度を準静的にT_1からT_2まで上げるとき、以下の問いに答えよ。ただし、C_pは気体の定圧モル比熱、C_vは定積モル比熱で、両者とも定数とする。
   (1) 体積一定という条件下で、この気体の吸収する熱量Qとエントロピー変化ΔS_vを求めよ。
   (2) 圧力一定という条件下でのエントロピー変化ΔS_pと上記のΔS_vとの比は、比熱の比$\gamma = C_p/C_v$に等しいことを示せ。

7. カルノーサイクルで運転する冷凍機を考える。温度4Kのヘリウムガスから毎秒1Jの熱を吸収し、これを室温23℃の環境に排出するために必要な仕事は毎秒何Jか。

8. 1 molの理想気体について、以下の問いに答えよ。ただしこの理想気体の定積比熱を$C_v = (3/2)R$とする。
   (1) この気体の体積をV_1からV_2 ($V_1 < V_2$)まで断熱可逆膨張させたところ、気体の温度がT_1からT_2に変化した。このときの気体の内部エネルギー変化ΔUと気体がした仕事Wを求めよ。
   (2) 最初27℃だったこの気体を圧力一定に保ったまま体積が4倍になるまで可逆膨張させた。この気体のエントロピー変化ΔSを求めよ。

(3)　最初27℃だったこの気体を真空に対して体積が4倍になるまで断熱自由膨張させた。この気体のエントロピー変化ΔSを求めよ。

9. はじめ、圧力P_0、体積V_0、温度T_0である１モルの理想気体が、以下のような過程をたどった。最初の状態をAとして、以下の問に答えよ。ただし、すべての過程は準静的とする。
(1) 気体の温度は一定のまま、体積が2倍に増えて、状態Bになった。この過程で気体が外部にした仕事はいくらか。
(2) 状態Bから、気体の圧力は一定のまま、さらに体積が２倍に増えて、状態Cになった。この過程で気体が外部にした仕事はいくらか。
(3)状態Cからこの気体を真空中へ断熱自由膨張させた。気体の温度はどのように変化するか。
(4) 状態A→B→Cの過程における温度TとエントロピーSの変化の様子を、縦軸をT、横軸をSとする定性的な線図（T-S線図）中に示せ。座標の正確さは問わないが、ABC各点の場所と変化の向きを明示すること。

10. 1気圧27℃の理想気体1 molがある。以下の問いに答えよ。
(1)　この気体を温度一定のもとで準静的に半分の体積にするのにはどれだけの仕事が必要か。
(2)　(1)の過程におけるこの気体のエントロピー変化ΔSを求めよ。

波動論

1. ある位置xにおける変位yの時間変化が調和振動であるようなある進行波が

$$y = 0.25\sin(0.3x + 40t)$$

で記述される。ただし、xとyの単位はm、tの単位はsである。この波の
(1)振幅
(2)角振動数
(3)波数
(4)波長
(5)波の速さ
(6)進行の向き
を決定せよ。(1)～(5)は単位を明示すること。

2. ある弦を伝わる横波が

$$y = 0.12\sin\pi\left(\frac{x}{8} + 4t\right)$$

で記述される。x および y の単位は m である。
(1) 弦の $x = 1.6$ m に位置する点について、$t = 0.20$ s のときの横方向（変位方向）の速度と加速度を決定せよ。
(2) この波が伝播するときの波長、周期、および速さを求めよ。

3. 正のx方向に進行するある正弦波（sin波）が、振幅15cm、波長40cm、振動数8Hzである。

(1) この波の波数、周期、および位相速度を求めよ。

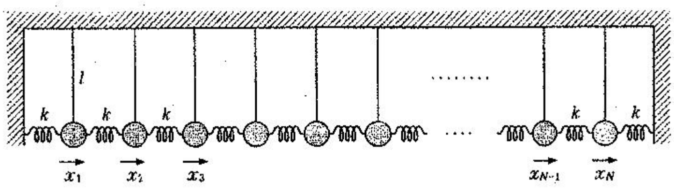
(2) この波の時刻 $t=0$、位置 $x=0$における変位が15cmであるとき、この波の初期位相ϕを決定せよ。

4. 両端が開いた管内で空気（気柱）が振動するとき、管の両端には音波の変位の腹が位置すると考えられる。なお、空気中の音速を344 m/sとする。以下の問いに答えよ。

(1) この気柱に発生する最初の3つの規準モード（定在波）を図示せよ。

(2) 管の長さが0.43mであるとき、この気柱の最初の3つの固有振動数を求めよ。

5. 下図のように、長さlのひもにつるされた質量mの重りN個が、両隣りの重りまたは壁とバネ定数kのバネでつながっている系について、各重りの水平方向の変位がx_nである縦振動を考える。各重りの水平方向の変位x_nは充分小さく、重りの糸が鉛直方向となす角θについて$\cos\theta\sim 1$とみなしてよい。



(1) ある1個の重りについて、重力による復元力の水平成分を変位xの関数として表せ。

(2) n番目の重りについて、運動方程式の一般式と境界条件を示せ。

(3) 全ての重りが共通の角振動数ωで単振動している（規準モード）と仮定して運動方程式に代入し、n番目の重りの振幅A_nが満たすべき条件の一般式（漸化式）を求めよ。

(4) 規準モードの形を$A_n = A\sin pn$と仮定し、角振動数ωをpの関数として求めよ。

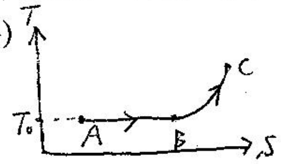
6. $y = A(\sin kx)\cdot B(\cos\omega t)$が波動方程式の解であるか否か決定せよ。

7. $y = e^{A(x-vt)}$が波動方程式の解であるか否か決定せよ。ただし、Aは定数である。

解　答

熱力学

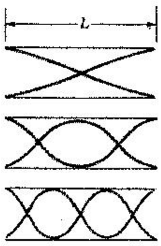
1. (1) $4P_0V_0$　　(2) $4P_0V_0$
2. 10 W
3. 400 K
4. 29 倍
5. (1) 4/3 倍（1.33 倍）　　(2) 327℃
6. (1) $Q = C_v(T_2-T_1)$, $\Delta S_v = C_v\ln(T_2/T_1)$　　(2) $\Delta S_p = C_p\ln(T_2/T_1)$ $\therefore \Delta S_p/\Delta S_v = C_p/C_v$
7. 73 J
8. (1) $\Delta U = C_v(T_2-T_1)$, $W = -\Delta U = C_v(T_1-T_2)$　　(2) $5R\ln2 = 3.45R$　(3) $2R\ln2 = 1.38R$
9. (1) $RT_0\ln2$　　(2) P_0V_0　(3) 変化しない。　(4)



10. (1) $300R\ln2 = 207R$　　(2) $-0.69R$

波動論

1. (1) 0.25 m　(2) 40 rad/s　(3) 0.3 m^{-1}　(4) $20\pi/3$ m　(5) 400/3 m/s　(6) 左向き
2. (1) 速度：-0.48π m/s　加速度：0 m/s^2　(2) $\lambda = 16$ m　$T = 0.5$ s　$v = 32$ m/s
3. (1) $k = 5\pi$ m　$T = 0.125$ s　$v = 3.2$ m/s　(2) $\pi/2$
4. (1)　　(2) 400 Hz、800 Hz、1200 Hz



5. (1) $-\dfrac{mgx}{l}$　(2) $m\ddot{x}_n = -k(2x_n - x_{n-1} - x_{n+1}) - \dfrac{mg}{l}x_n$，境界条件は $x_0(t) = 0, x_{N+1}(t) = 0$

　(3) $-\omega^2 A_n = -\dfrac{k}{m}(2A_n - A_{n-1} - A_{n+1}) - \dfrac{g}{l}A_n$　(4) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}(2 - 2\cos p) + \dfrac{g}{l}}$

6. 波動方程式に代入して、成立することを示せばよい。解である。
7. 同上。