

線形代数 B 中間試験 (12月2日2限) 三苦 至

1 $R[x]_2$ 上の線形変換 T を

$$T(f) = f'(x)x + f(0)x^2 + f(1), f \in R[x]_2$$

と定義する。この時、基 $\{1, x, x^2\}$ に関する T の表現行列を求めよ。

2 次の行列が対角化出来るかどうか判定せよ。もし対角化出来るならそれを実現する正則行列を求めて、対角化せよ。

(1)

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(2)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

3 A を 5×5 -行列とし、その固有値を $1, 2$ とせよ。固有値 1 に対する一次独立な固有ベクトルが a_1, a_2, a_3 と 3 つあり、固有値 2 に対する一次独立な固有ベクトルが b_1, b_2 と 2 つある。

(1) 基 $\{a_1, a_2, a_3, b_1, b_2\}$ に関する A の表現行列 D を求めよ。

(2) 標準基 $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ を用いて

$$[a_1 a_2 a_3 b_1 b_2] = [e_1 e_2 e_3 e_4 e_5] S$$

を満たす行列 S をもとめよ。

(3) 基底の取替え (座標変換) による表現行列の変換公式を使って、 A を正則行列 P を求めて、対角化せよ。