

微積分A

前期試験

平成17年7月27日 (水)

1. (関数の連続性) 2変数 x, y の関数

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}, & (x, y) \neq 0 \\ 0, & (x, y) = 0 \end{cases}$$

の原点における連続性を判定せよ。(ヒント. 放物線 $y = x^2$ に沿って原点に接近してみよ.)

2. (導関数の計算) 関数 $e^{x \cos \theta} \cos(x \sin \theta)$ (θ は定数) の2回導関数を算出せよ.

3. (曲線の概形) 次の関数のグラフの概形を描け.

(1) $y = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2$ (2) $y = x^{\frac{1}{x}}$

4. (極限值) 次の極限值を求めよ.

(1) $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + ax)^{\frac{1}{x}}$ (a は定数) (2) $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x - nx^n + (n-1)x^{n+1}}{(1-x)^\lambda}$ (λ は定数)

(ヒント. ロピタルの定理を使ってみよ. (1)はまず対数をとる. (2)は $\lambda = 2$ を境にして三通りの場合に分かれる.)

5. (定積分の計算) 次の定積分の値を求めよ.

(1) $\int_0^a \sqrt{2ax - x^2} dx$ (2) $\int_0^\pi \frac{\sin nx}{\sin x} dx$ (n は自然数)