

問1 周期 2π である次の関数 $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} x & (-\pi < x < \pi) \\ 0 & (x = \pi) \end{cases}$$

問2 (1) f をスカラー場とするととき、 $\text{rot}(\text{grad } f) = \mathbf{0}$ を証明せよ。

(2) \mathbf{A} をベクトル場とするととき、 $\text{rot}(\text{rot } \mathbf{A}) = \text{grad } \text{div } \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}$ を証明せよ。

(3) \mathbf{H} 、 \mathbf{E} が、 x 、 y 、 z 、 t のベクトル関数で c を定数とし、

$$\text{div } \mathbf{E} = 0, \text{div } \mathbf{H} = 0, \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

を満たすとき、 $\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \mathbf{E}$ を証明せよ (マクスウエル方程式)。

問3 ベクトル場が $\mathbf{A} = x^2 \mathbf{i} + yz^2 \mathbf{j} - 2xy \mathbf{k}$ で与えられたとき、 $\text{rot } \mathbf{A}$ を求めよ。

問4 (1) 右図に示す直円錐について変数 u 、 v を用いてパラメータ表示せよ。

(2) \mathbf{r}_u 及び \mathbf{r}_v を求めよ。

(3) 面積素 dS を求めよ。

(4) $0 \leq u \leq 1$ 、 $0 \leq v \leq 2\pi$ の範囲の曲面積を求めよ。

