

線形代数 A 試験 (7月29日) 三苦 至

1 A を次の $n \times n$ -行列とし、問いに答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ & & \cdots & & \\ b & b & b & \cdots & a \end{bmatrix}$$

(1) $a > 0, b > 0, a > b$ の条件のもとで

$$Ax = \begin{pmatrix} c \\ c \\ \vdots \\ c \end{pmatrix}$$

を Cramér の方法で解け。

2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

とする。2次実正方行列全体の作るベクトル空間を V とする。

(1) A と可換なものの全体 $W = \{B \in V; BA = AB\}$ はベクトル空間であることを示せ。

(2) W に属する行列の形を求めよ。

(3) W の一組の基底と次元を求めよ。

3 A を $n \times n$ -行列とせよ。

$$Ax = 0$$

が $x \neq 0$ なる解を持つための必要十分条件は

$$|A| = 0$$

であることを示せ。

注意

1) 配点は1が30点、2が40点3が30点である。

2) 答えだけで理由の明示なきものは零点。