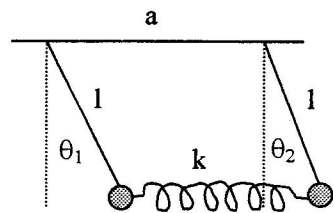


力学2 試験問題

問1. 水平に距離 a だけ離れた2点からそれぞれ長さ l の糸で質量 m の質点をつるし、両質点を質量の無視できる自然長 a 、ばね定数 k のバネでつなぐ。これを共通の鉛直面内で微小振動させるとき、次の問いに答えよ。糸と鉛直面との角度をそれぞれ θ_1 、 θ_2 とする。

- (1) 質点の座標を $(l\sin\theta_1, l\cos\theta_1)$ 、 $(a+l\sin\theta_2, l\cos\theta_2)$ として運動エネルギー、ポテンシャルエネルギーを求めよ。
- (2) 上よりラグランジアンを求め、ラグランジュの運動方程式が下と一致することを示せ(但し θ の1次までの近似とする。)

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= -\omega_0^2\theta_1 - \lambda(\theta_1 - \theta_2) \\ \ddot{\theta}_2 &= -\omega_0^2\theta_2 + \lambda(\theta_1 - \theta_2) \end{aligned} \quad \text{ただし} \quad \begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{g}{l}} \\ \lambda &= \frac{k}{m} \end{aligned}$$



- (3) 上を解いて、質点の運動を説明せよ。

問2. 地球と共に自転する座標系から見た運動方程式を導きたい。ある長さ一定のベクトル \mathbf{a} が角速度 $\boldsymbol{\omega}$ で表されるような回転運動を行う場合、ベクトル \mathbf{a} の変化率 $\frac{d\mathbf{a}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a}$ となることを参考にして以下の問いに答えよ。ただし注目する質点の慣性系から見た座標を \mathbf{r} とする。また回転の角速度 $\boldsymbol{\omega}$ は一定とする。

- (1) 慣性系から見た速度 \mathbf{v} と回転系から見た速度 \mathbf{v}' の間に次の関係が成り立つことを示せ。

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

- (2) 上と同様に加速度については次の関係が成り立つことを示せ。

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}' + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

- (3) 上を参考にして地球上における運動方程式が以下になることを示せ。また右辺第二項、第三項はそれぞれ何と呼ばれど方向に働くか説明せよ。

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F} - 2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + m\mathbf{g}$$

問3. 半径 a 質量 M の一様な円板を、中心から h 離れた点 O を通る円板に垂直な軸のまわりを微小振動させる。次の問いに答えよ。

- (1) 円板の中心まわりの慣性モーメントを求めよ。
- (2) 中心から h 離れた軸まわりの慣性モーメントを求めよ。
- (3) 軸のまわりの運動方程式を記述せよ。
- (4) 周期が最小となる場合の h の条件を示し、その場合の周期を求めよ。

