

平成19年度 後期, 数学IA レポート問題 (電気情報; 担当: 田上)

学生番号の最後に*が付いているかどうか, 事務室で確認すること. 付いている学生は, 2ページ目の問題にも解答すること.

1. 次の微分方程式を満たす関数 $u = u(x)$ を求めよ.

(i) $\frac{du}{dx} = u^2 + 2u - 8, u(0) = 1.$

(ii) $e^{2x-y} + e^{x+2y} \frac{du}{dx} = 0, u(0) = 0.$

(iii) $x \frac{du}{dx} + u = x, u(1) = 1.$

(iv) $\frac{du}{dx} + \frac{u}{x^2 + x} = \frac{x+1}{x^3 + x}, u(0) = 1.$

2. 次の微分方程式を満たす関数 $u = u(x), v = v(x), w = w(x)$ を求めよ.

(i) $\frac{du}{dx} = u - 2v, \frac{dv}{dx} = -3u + 2v, u(0) = 3, v(0) = 1.$

(ii) $\frac{du}{dx} = 2u - v - \sin x, \frac{dv}{dx} = 3u - 2v, u(0) = 3, v(0) = 1.$

(iii) $\frac{du}{dx} = 3u - 2v, \frac{dv}{dx} = u + v, u(0) = 1, v(0) = -1.$

(iv) $\frac{du}{dx} = 2u + 2w, \frac{dv}{dx} = u - v - 2w, \frac{dw}{dx} = -u + 3v + 5w, u(0) = 5, v(0) = 1, w(0) = 1.$

3. 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(i) $\frac{d^2u}{dx^2} + 3 \frac{du}{dx} + 2u = e^x$

(ii) $\frac{d^2u}{dx^2} - 2 \frac{du}{dx} + u = \sin x$

(iii) $\frac{d^2u}{dx^2} - 2 \frac{du}{dx} + 2u = x^2 + 1$

(iv) $\frac{d^3u}{dx^3} + \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{du}{dx} - u = e^{2x}$

4. 前問の (i),(ii) を Laplace 変換により解を求めよ.

5. 微分方程式 $\frac{du}{dx} = u^2 - \frac{2}{x^2}$ を満たす関数 $u = u(x)$ を考える.

(i) 方程式の解を $u(x) = \frac{1}{x} + v(x)$ とおいたとき, v に関する微分方程式を求めよ.

(ii) 方程式の解を $w(x) = v(x)^{-1}$ とおいたとき, w に関する微分方程式を求めよ.

(iii) 関数 w を求めることで, 微分方程式の一般解を求めよ.

6. 質量が m で, 時刻 t における速度が $u = u(t)$ で表される質点を, 初速度 u_0 で自由落下させる. ただし鉛直下向きを運動の正の向きとし, 重力加速度を g とする.

(i) 質点には速度に比例する空気抵抗が働くとする. ただし比例定数は k とする. 速度 u に関する微分方程式を求めよ.

(ii) 時刻 t における速度 $u(t)$ を求めよ. また時間の経過にともない速度 $u(t)$ がどのように変化するか考察せよ.