信号とシステム（平成19年度後期）　学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題1　次の複素信号に関して各問に答えよ。

$$e^{j\omega t} \equiv \cos\omega t + j\sin\omega t \qquad (\ j\text{: 虚数単位,}\quad j=\sqrt{-1}\ ) \tag{1}$$

問1　$\dfrac{d}{dt}e^{j\omega t} = j\omega e^{j\omega t}$ となることを示せ。　(2)

問2　$\displaystyle\int e^{j\omega t}dt = \frac{1}{j\omega}e^{j\omega t}$ となることを示せ。　(3)

問3　この信号を複素平面に図示して、説明を加えよ。

問題2　デルタ関数 $\delta(t)$ は次のように定義される。

$$\int_a^b f(t)\delta(t-t_0)dt = \begin{cases} f(t_0) & a<t_0<b \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \tag{4}$$

問1　上式の意味を図を描いて定性的に説明せよ。

問2　(1)　$\displaystyle\lim_{\varepsilon\to 0}\delta_\varepsilon(t) = \delta(t)$　ここで、$\delta_\varepsilon(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{\varepsilon} & \left(-\varepsilon/2 < t < \varepsilon/2\right) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$　(2)　$\displaystyle\lim_{\Omega\to\infty}\frac{\sin\Omega t}{\pi t} = \delta(t)$

となることを定性的に説明せよ。

問題3　フーリエ変換対 $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$ は次のように与えられている。

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt \qquad \text{（フーリエ変換）} \tag{5}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}d\omega \qquad \text{（フーリエ逆変換）} \tag{6}$$

問1　これらの２つの式が意味するところを述べよ。

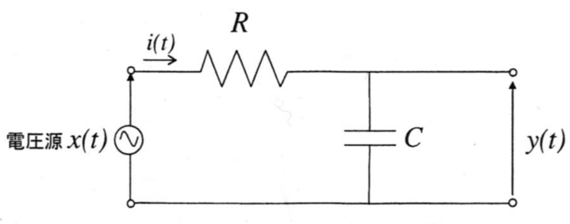
問2　$f(t) = A\delta(t-t_0)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$を求めよ。

問3　問２で求めた $F(\omega)$のフーリエ逆変換を行って、$f(t) = A\delta(t-t_0)$ となることを示せ。

問4　$$h(t) = \begin{cases} ae^{-at} & (a>0) \quad t>0 \\ 0 & \qquad\qquad t<0 \end{cases} \tag{7}$$

のフーリエ変換が $H(\omega) = \dfrac{1}{1+j\omega/a}$ となることを示せ。

問題4　次の線形時不変回路について各問に答えよ。



(図 1)

問1　電圧源とは何か

問2　$y(t)$に関する微分方程式が次のように与えられることを示せ。

$$\frac{d}{dt}y(t)+a\,y(t)=a\,x(t)\qquad \left(a=1/RC\right) \tag{8}$$

問3　この微分方程式の一般解が次のように与えられることを示せ。

$$y(t)=\int_{0_-}^{t}ae^{-a(t-\tau)}x(\tau)d\tau+y(0)e^{-at} \tag{9}$$

ここで、$y(0)$は初期値である。

問4　線形システムについて説明したのち、線形システムの解であるためには、$y(0)=0$ でなければならないことを示せ。

問5　この回路のインパルス応答 $h(t)$が次のように与えられることを示せ。

$$h(t)=\begin{cases} ae^{-at} & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

問6　(1)　回路の安定性と因果律について説明せよ。

(2)　この回路の安定性と因果律について述べよ。

問7　式(9) ($y(0)=0$)がインパルス応答 $h(t)$と入力信号 $x(t)$ ($x(t)=0,\ t<0$)のたたみ込み積分で与えられることを示せ。ただし、たたみ込み積分は次のように定義される。

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t-\tau)x(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau \tag{11}$$

問8　上式(式(11))において、$x(t)=Ae^{j\omega_0 t}$ $\left(-\infty\le t\le\infty\right)$としたときの出力が $y(t)=H(\omega_0)x(t)$となることを示せ。ただし、$h(t)\leftrightarrow H(\omega)$

問9　この回路の周波数伝達特性 $H(\omega)$を求め、$|H(\omega)|$をωの関数として概略図を描け。

問10　この回路は一次低域通過フィルタと呼ばれる。その意味するところを述べよ。

問11　$x(t)=A\cos\omega_0 t$ とするとき、

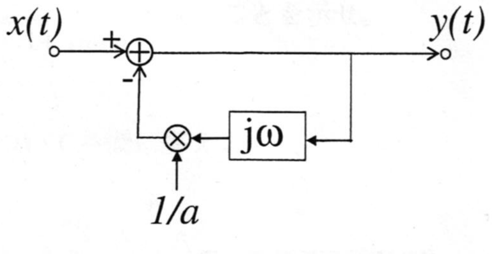
(1)　平均の信号電力 P_a を求めよ。

(2)　この信号をこの回路（図１）に入力したときの出力信号を求めよ。

問12　この回路は無歪み回路か否か、その理由をつけて説明せよ。

問13　(1)　伝達関数が $G(\omega)=j\omega$で与えられる回路を説明せよ。

(2)　この回路の信号線図が次のように与えられることを示せ。



問14　この回路に $x(t)=\delta(t)-\frac{1}{2}\delta(t-t_0)$ を入力したときの出力信号 y(t)の概略図を描け。